四川省大数据精准教学联盟 2018 级高三第二次统一监测

理科数学命题意图及参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。

1． 答案 B．集合 $M=\{x\,|\,0\leqslant x\leqslant 2\}$， $N=\{x\,|\,x<1\}$，则 $M\cap N=\{x\,|\,0\leqslant x<1\}$．

命题意图：本小题主要考查集合相关概念以及集合交集运算等基础知识；考查抽象概括能力。

2． 答案 D．由题有 $2b\mathrm{i}-b=a-4\mathrm{i}$，根据两个复数相等的条件，得 $\begin{cases}a=-b,\\2b=-4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=2,\\b=-2,\end{cases}$

所以 $a+b\mathrm{i}=2-2\mathrm{i}$，在复平面内所对应的点位于第四象限.

命题意图：本小题主要考查复数的概念，复数的乘法，两个复数相等的条件，复数的几何意义等基础知识；考查运算求解能力及应用意识，考查方程等数学思想。

3．答案 A． $(ax+\frac{1}{x})^5$ 展开式中含 x 项为 $C_5^2a^3x^3(\frac{1}{x})^2=-80$，则 $a=-2$．

命题意图：本小题主要考查二项式展开式及其系数等基础知识；考查运算求解能力；考查化归与转化等数学思想。

4． 答案 D．根据图表可知，A，B，C 不正确，D 正确．

命题意图：本小题主要考查统计图表及相关统计量等基础知识；考查数据分析与处理能力和应用意识。

5. 答案 B. 方法 1: 由 $\sin 2\alpha=\cos(\frac{\pi}{2}-2\alpha)=\cos[2(\frac{\pi}{4}-\alpha)]=1-2\sin^2(\frac{\pi}{4}-\alpha)=1-2\times(\frac{3}{5})^2=\frac{7}{25}$. 方法 2: 答案 B. 由 $\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{3}{5}$ 得 $\cos x-\sin x=\frac{3\sqrt{2}}{5}$，则有 $1-\sin 2x=\frac{18}{25}$，即 $\sin 2x=\frac{7}{25}$．

命题意图：本小题主要考查三角恒等变换，诱导公式，二倍角公式，两角和差的正弦公式，三角函数求值等基础知识；考查运算求解能力及应用意识；考查化归与转化等数学思想。

6．答案 D．由 $f(-x)=f(x)$ 可知 $f(x)$ 是偶函数，排除 A，B；当 $x\to\infty$ 时， $f(x)\to 0$，选项 C 错误.

命题意图：本小题考查函数图象、导数等基本知识；考查数形结合思想。

7．答案 B. 由 $|\boldsymbol{a}|=1,|\boldsymbol{b}|=4$，所以 $(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=2\boldsymbol{a}^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-\boldsymbol{b}^2=2\times1^2+\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}-4^2=-12$，解得 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2$，则 $\cos<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>=\frac{\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}}{|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|}=\frac{2}{1\times4}=\frac{1}{2}$，又 $<\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}>\in[0,\pi]$，所以 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{\pi}{3}$.

命题意图：本小题主要考查向量的数量积，向量的模，两个向量的夹角等基础知识；考查运算求解能力及应用意识。

8． 答案 C．易知 $|OP|\leqslant|OC|+r=\sqrt{1+b^2}+1=3$，解得 $b=\sqrt{3}$，故选 C.

命题意图：本小题主要考查直线方程、圆的方程等基本知识，考查数形结合、考查化归与转化等数学思想；考查运算求解等数学能力。

9．答案 D．在△ACD 中，根据正弦定理得 $\sin\angle ADC=\dfrac{AC\cdot\sin A}{CD}=\dfrac{2\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}}{3\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，由 $\angle ADC<\angle A$，所以 $\angle ADC=\dfrac{\pi}{4}$，所以 $\angle ACD=\pi-\dfrac{2\pi}{3}-\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\pi}{12}$，所以 $\angle ACB=\dfrac{\pi}{6}$，则 $\angle B=\dfrac{\pi}{6}$，所以 $AB=AC=2\sqrt{3}$，在△ABC 中，由余弦定理得 $BC^2=(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{3})^2$

$-2\times2\sqrt{3}\times2\sqrt{3}\times(-\dfrac{1}{2})=36$，所以 $BC=6$．

命题意图：本小题主要考查正弦定理，余弦定理，特殊角的三角函数值等基础知识；考查运算求解能力及应用意识；考查化归与转化等数学思想。

10．答案 C．对于 A 项，等价于 $n/\!/\alpha$（$n\subset\alpha$），$n/\!/\beta$，则 α，β 位置不确定；对于 B 项，α，β 各自的垂线互相垂直，从而 $\alpha\perp\beta$；对于 C 项，等价于垂直于同一直线的两个平面平行；对于 D 项，m，n 还可以是相交，异面．

命题意图：本小题考查空间直线与平面的位置关系；考查数形结合等数学思想；考查推理论证等数学能力。

11．答案 C．设 $M(x_1,\ y_1)$，$N(x_2,\ y_2)$，$P(x,\ y)$，由 $\begin{cases}y^2=2px,\\ y=x-1\end{cases}$ 得 $x^2-2(1+p)x+1=0$，易知 $\Delta=4p^2+8p>0$，所以 $x_1+x_2=2+2p$，$y_1+y_2=2p$．由 $\overrightarrow{OM}+\overrightarrow{ON}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{OP}$ 可得 $(x_1+x_2,\ y_1+y_2)=\dfrac{2}{3}(x,\ y)$，则 $(x,\ y)=\dfrac{3}{2}(x_1+x_2,\ y_1+y_2)=(3+3p,3p)$，将其代入抛物线 C 的方程得 $(3p)^2=2p(3+3p)$，因为 $p>0$，解得 $p=2$，所以抛物线 C 的方程为 $y^2=4x$，焦点坐标为 $(1,0)$．

命题意图：本小题主要考查直线与抛物线的位置关系，向量运算，抛物线方程与性质等基础知识；考查运算求解能力与应用意识；考查化归与转化，数形结合等数学思想。

12．答案 B．由 $3^n=2$ 得 $n=\log_3 2=\dfrac{3\ln 2}{3\ln 3}=\dfrac{3\ln 2}{\ln 27}$，由 $5^p=2\sqrt{2}$ 得 $p=\log_5 2\sqrt{2}=\dfrac{3\ln 2}{2\ln 5}=\dfrac{3\ln 2}{\ln 25}$，则 $n<p$；由 $2^m=\sqrt{3}$ 得 $m=\log_2\sqrt{3}=\log_4 3>\log_4 2\sqrt{2}>\log_5 2\sqrt{2}=p$，则 $m>p$，故有 $m>p>n$.

命题意图：本题主要考查函数的性质、不等式等基础知识；考查抽象概括、运算求解等数学能力；考查化归与转化等数学思想。

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．答案 $\sqrt{3}$．由于 $y=kx\ (k>0)$ 为双曲线的一条渐近线，则 $k=\dfrac{b}{a}$，又 $e=\dfrac{c}{a}=\sqrt{1+(\dfrac{b}{a})^2}=2$，所以 $\dfrac{b}{a}=\sqrt{3}$，则 $k=\sqrt{3}$.

命题意图：本小题主要考查双曲线的概念，双曲线方程及性质，直线斜率等基础知识；考查运算求解能力，推理论证能力；考查化归与转化等数学思想。

14．答案 -4．根据 x，y 满足的条件 $\begin{cases} x\geqslant -1, \\ y\leqslant 2, \\ 2x-y\leqslant 0, \end{cases}$ 画出图形是以三点 $(-1,-2),(-1,2),(1,2)$ 为顶点的三角形及其内部，当直线 $z=2x+y$ 过点 $(-1,-2)$ 时，z 取得最小值，所以 $2x+y$ 的最小值是 -4．

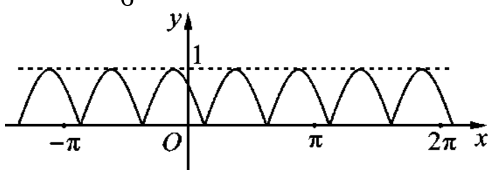
命题意图：本小题主要考查线性规划，不等式组表示的可行域，目标函数的最值等基础知识；考查运算求解能力及应用意识，数形结合等数学思想。

15．答案 $\dfrac{8}{3}$．由 $AB=AC=AD=2\sqrt{2}$，可知 A 在面 BCD 上的射影为△BCD 的外心 O．又 AB 与底面 BCD 所成的角为 45°，$AB=2\sqrt{2}$，故在 Rt△AOB 中，$AO=OB=2=r$．在底面△BCD 中，$BC=BD=2\sqrt{2}$，于是 $4=2r=\dfrac{BC}{\sin\angle BDC}=\dfrac{2\sqrt{2}}{\sin\angle BDC}$．从而 $\angle BDC=45°=\angle BCD$，即 $\angle ABD=90°$，所以△BCD 的面积$=4$，从而体积 $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}\cdot 4\cdot 2=\dfrac{8}{3}$．

命题意图：本小题考查空间几何体、球体表面积公式等基础知识；考查数形结合思想；考查推理论证、运算求解等数学能力。

16．答案①②③．因为 $f(x)=|\cos(2x-\dfrac{\pi}{6})-\cos(2x-\dfrac{\pi}{2})|=|\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x+\dfrac{1}{2}\sin 2x-\sin 2x|$

$=|\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos 2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x|=|\cos(2x+\dfrac{\pi}{6})|$，作出函数 $f(x)$ 的大致图象，如图所示.



由图可知 $f(x)$ 的值域为 $[0,1]$，最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$，在 $[0,2\pi]$ 上有 4 个零点，所以①②③正确；$f(x)$ 在区间 $[\dfrac{\pi}{6},\dfrac{5\pi}{12}]$ 上单调递增，在 $[\dfrac{5\pi}{12},\dfrac{2\pi}{3}]$ 上单调递减，所以④不正确.

命题意图：本小题主要考查三角函数的图象及其性质，诱导公式，两角和差的余弦公式，命题真假性等基础知识；考查运算求解能力，逻辑推理的能力及应用意识。

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

（1）补充后的列联表为：

	效果一般	效果较好	合计
男	25	20	45
女	15	40	55
合计	40	60	100

$K^2=\dfrac{100\times(25\times 40-15\times 20)^2}{40\times 60\times 45\times 55}\approx 8.249>6.635$， ……………………………4 分

因此，有 99%的把握认为线上教学效果评分为“效果较好”与性别有关。 …6 分

（2）X 的值可能为 0，1，2，3．

由题可知，线上教学"效果较好"的频率为 $\frac{60}{100}=\frac{3}{5}$，则 $X \sim B(3,\ \frac{3}{5})$．

于是 $P(X=0)=C_3^0(\frac{2}{5})^3=\frac{8}{125}$； $P(X=1)=C_3^1(\frac{2}{5})^2(\frac{3}{5})=\frac{36}{125}$；

$P(X=2)=C_3^2(\frac{2}{5})(\frac{3}{5})^2=\frac{54}{125}$； $P(X=3)=C_3^3(\frac{3}{5})^3=\frac{27}{125}$．

则 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	$\frac{8}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{27}{125}$

……………………………………………………………………………………10 分

所以， $EX=0\times\frac{8}{125}+1\times\frac{36}{125}+2\times\frac{54}{125}+3\times\frac{27}{125}=\frac{9}{5}$（或 $EX=3\times\frac{3}{5}=\frac{9}{5}$）． ……12 分

命题意图：本小题考查统计案例、卡方分布、离散型随机变量分布列等基础知识；考查统计与概率思想；考查运算求解、数据处理以及应用意识。

18．（12 分）

（1）设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，递增等比数列 $\{b_n\}$ 的公比为 $q(q>1)$．

由 $a_1=1,\ b_1=2,\ b_2=2a_2,\ b_3=3a_3-1$，

有 $\begin{cases}2q=2+2d,\\2q^2=3+6d-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}d=1,\\q=2.\end{cases}$ 或 $\begin{cases}d=0,\\q=1\end{cases}$（舍去）． ……………………………4 分

所以，数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=n$．

数列 $\{b_n\}$ 的通项公式为 $b_n=2^n$ ． ……………………………………………………………6 分

（2）由（1）知 $c_n=\frac{2^n}{(2^n-1)(2^{n+1}-1)}=\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$．……………………………………8 分

所以， $S_n=(\frac{1}{2-1}-\frac{1}{2^2-1})+(\frac{1}{2^2-1}-\frac{1}{2^3-1})+\cdots+(\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1})$

$=\frac{1}{2-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}=1-\frac{1}{2^{n+1}-1}$，

所以，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=1-\frac{1}{2^{n+1}-1}$． ……………………………………………12 分

命题意图：本小题主要考查等差数列和等比数列，通项公式，裂项相消法求和等基础知识；考查运算求解能力及应用意识；考查化归与转化，方程等数学思想。

19．（12 分）

（1）取 PC 中点 F，连接 DF 和 EF． ………………………………………………………1 分

则 $EF // BC$，且 $BC=2EF$．

又 $BC // AD$，$BC=2AD$，

所以 $AD // EF$，$AD=EF$， ……………………………………………………………………3 分

即四边形 $ADFE$ 为平行四边形，所以 $AE // DF$．

因为 $DP=DC$，所以 $DF\perp PC$．

因此 $AE\perp PC$． ……………………………………………………………………………5 分

（2）由已知，平面 $ABCD\perp$平面 PBC，

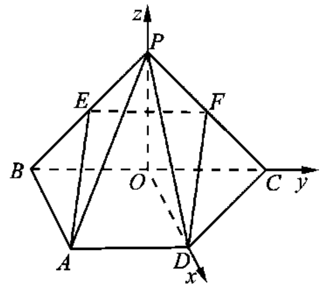
平面 $ABCD\cap$ 平面 $PBC=BC$，$\angle ABC=90°$，

所以 $AB\perp$ 面 PBC，有 $AB\perp PC$.

由（1）知 $AE\perp PC$，且 $AB\cap AE=A$，

所以 $PC\perp$ 平面 PAB，$PC\perp PB$.

而 $PB=PC=2$，所以 $BC=2\sqrt{2}$，$AD=\sqrt{2}$.



取 BC 的中点 O，由题意，OD，OC，OP 两两相互垂直.

以 OD，OC，OP 为坐标轴，建立如图的坐标系 $O-xyz$.

而 $DP=DC=\sqrt{3}$，得 $OD=1$.

从而 $B(0,-\sqrt{2},0)$，$A(1,-\sqrt{2},0)$，$D(1,0,0)$，$P(0,0,\sqrt{2})$，

$\overrightarrow{AB}=(-1,0,0)$，$\overrightarrow{AP}=(-1,\sqrt{2},\sqrt{2})$，$\overrightarrow{AD}=(0,\sqrt{2},0)$.

设平面 PAD 的一个法向量为 $\boldsymbol{n}=(x,\ y,\ z)$，则

$\begin{cases}\boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AP}=0,\\ \boldsymbol{n}\cdot\overrightarrow{AD}=0,\end{cases}$ 即 $\begin{cases}-x+\sqrt{2}y+\sqrt{2}z=0,\\ \sqrt{2}y=0,\end{cases}$ 故可取 $\boldsymbol{n}=(\sqrt{2},0,1)$.

易知 $\overrightarrow{PC}=(0,\sqrt{2},-\sqrt{2})$ 为平面 PAB 的一个法向量，

所以 $\cos<\boldsymbol{n},\overrightarrow{PC}>=\dfrac{-\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot 2}=-\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

设二面角 $B-PA-D$ 的平面角为 θ，则 $\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2<\boldsymbol{n},\overrightarrow{PC}>}=\dfrac{\sqrt{30}}{6}$，

故二面角 $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$ 平面角的正弦值为 $\dfrac{\sqrt{30}}{6}$. ……………………………………………12 分

命题意图：本小题考查直线与直线垂直、平面与平面垂直的性质、二面角等基础知识；考查空间想象能力、运算求解能力、推理论证能力和创新意识。

20．（12 分）

（1）因为 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PB}$，

两边平方得 $|\overrightarrow{AB}|^2=|AP|^2+|PB|^2+2\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{PB}$.

而 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}+|\overrightarrow{PA}|\cdot|\overrightarrow{PB}|=8$，且 $|AB|=4$，

从而 $16=|AP|^2+|PB|^2+2(|\overrightarrow{AP}|\cdot|\overrightarrow{PB}|-8)$，

即 $(|AP|+|PB|)^2=32$，所以 $|AP|+|PB|=4\sqrt{2}$，

从而 E 的轨迹方程为 $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{4}=1$. ……………………………………………………4 分

（2）设存在点 $Q(0,\ m)$ 满足条件，记 $C(x_1,\ y_1)$，$D(x_2,\ y_2)$.

由 $\begin{cases}y=kx-1,\\ x^2+2y^2=8\end{cases}$ 消去 y，得 $(1+2k^2)x^2-4kx-6=0$. 显然其判别式△＞0，

所以 $x_1+x_2=\dfrac{4k}{1+2k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{-6}{1+2k^2}$，

于是 $k_{QC}k_{QD}=\dfrac{y_1-m}{x_1}\cdot\dfrac{y_2-m}{x_2}=\dfrac{[kx_1-(m+1)]\cdot[kx_2-(m+1)]}{x_1x_2}$

$$=\frac{k^2x_1x_2-(m+1)k(x_1+x_2)+(m+1)^2}{x_1x_2}$$

$$=[1+\frac{2}{3}(m+1)-\frac{(m+1)^2}{3}]\cdot k^2-\frac{(m+1)^2}{6}.$$

上式为定值，当且仅当$1+\frac{2}{3}(m+1)-\frac{(m+1)^2}{3}=0$，解得$m=2$或$m=-2$.

此时，$k_{QC}k_{QD}=-\frac{(m+1)^2}{6}=-\frac{3}{2}$或$-\frac{1}{3}$.

从而，存在定点$Q(0,2)$或者$Q(0,-2)$满足条件. ……………………………………12 分

命题意图：本小题考查椭圆的定义、标准方程及其几何意义、圆锥曲线等基础知识；考查化归与转化等数学思想，考查推理论证、运算求解等数学能力和创新能力。

21.（12 分）

（1）当 $a=1$ 时，$f(x)=e^x-\frac{1}{2}x^2(x>0)$，

令$g(x)=f(x)-x-1=e^x-\frac{x^2}{2}-x-1$（$x>0$），则$g'(x)=e^x-x-1$.

令$u(x)=e^x-x-1$，则$u'(x)=e^x-1$，

可知$u'(x)=e^x-1$为$(0,+\infty)$上的增函数，则$u'(x)>u'(0)=0$，

则$u(x)$为$(0,+\infty)$上的增函数，所以$u(x)>u(0)=0$，即$g'(x)>0$，

所以$g(x)$为$(0,+\infty)$上的增函数，所以$g(x)>g(0)=0$，

所以不等式$e^x-\frac{x^2}{2}>x+1$在$(0,+\infty)$上成立，

所以$f(x)>x+1(x>0)$. ………………………………………………………………4 分

（2）$f'(x)=e^x-ax$，

因为$f(x)$有两个不同的极值点x_1，x_2，

所以x_1，x_2为方程$f'(x)=0$两不等根，即为方程$\frac{e^x}{x}=a$的两个不同实根，

令$h(x)=\frac{e^x}{x}$，$h'(x)=\frac{e^x(x-1)}{x^2}$，

令$h'(x)>0$，得$x>1$；令$h'(x)<0$，得$x<1$，

则$h(x)$在$(1,+\infty)$上递增，在$(0,1)$上递减，

所以当$x=1$时，$h(x)$取得最小值为$h(1)=e$，

所以$a>e$，不妨设$0<x_1<1<x_2$，且$e^{x_1}=ax_1$，$e^{x_2}=ax_2$，

则$x_1=\ln a+\ln x_1$，$x_2=\ln a+\ln x_2$，

则$|\ln\frac{x_1}{x_2}|=|\ln x_1-\ln x_2|=|x_1-x_2|=x_2-x_1$，

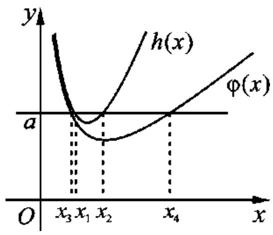
故只需证明$x_2-x_1<(a-1)x_1x_2$，即证明$\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}<a-1$.

由（1）知 $e^x > \frac{1}{2}x^2 + x + 1$，所以 $\frac{e^x}{x} > \frac{\frac{1}{2}x^2 + x + 1}{x} = \frac{x}{2} + \frac{1}{x} + 1$，

令 $\varphi(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x} + 1$，（$x > 0$），则 $\varphi'(x) = \frac{x^2 - 2}{2x^2}$，

可得 $\varphi(x)$ 在 $(0, \sqrt{2})$ 上递减，$(\sqrt{2}, +\infty)$ 上递增，

函数 $h(x) = \frac{e^x}{x}$，$\varphi(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{x} + 1$ 及 $y = a$ 的图象如图所示，



令 x_3，$x_4 (x_3 < x_4)$ 为方程 $\varphi(x) = a$ 两不等根，

即 $x^2 + 2(1-a)x + 2 = 0$ 的两个实根，

则 $\begin{cases} x_3 + x_4 = 2(a-1), \\ x_3 x_4 = 2, \end{cases}$

由图可知，$0 < x_3 < x_1 < x_2 < x_4$，即 $0 < \frac{1}{x_4} < \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_1} < \frac{1}{x_3}$，

所以 $\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2} < \frac{1}{x_3} - \frac{1}{x_4} = \frac{x_4 - x_3}{x_3 x_4} = \frac{\sqrt{(x_4 + x_3)^2 - 4x_3 x_4}}{x_3 x_4}$

$= \sqrt{(a-1)^2 - 2} < \sqrt{(a-1)^2} = a - 1$，

所以 $x_2 - x_1 < (a-1)x_1 x_2$，

故原不等式 $|\ln \frac{x_1}{x_2}| < (a-1)x_1 x_2$ 得证. ……………………………………………………12 分

命题意图：本小题主要考查导数的几何意义、导数及其应用、函数极值与最值点等基础知识；考查推理论证、运算求解等数学能力和创新意识；考查分类与整合、函数与方程及数形结合等数学思想。

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。

22．[选修 4－4：坐标系与参数方程]（10 分）

（1）因为 $\rho = 2\cos\theta$，所以 $\rho^2 = 2\rho\cos\theta$，

由 $x = \rho\cos\theta$，$y = \rho\sin\theta$，

得 $x^2 + y^2 = 2x$，

即曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2 + y^2 - 2x = 0$． ……………………………………4 分

（2）由已知，直线 l 的参数方程可改写为：$\begin{cases} x = a + \frac{1}{2}m, \\ y = \frac{\sqrt{3}}{2}m \end{cases}$（$m$ 为参数），

代入曲线 C 的方程，得 $m^2 + (a-1)m + a^2 - a = 0$．

当 $\Delta = (a-1)^2 - 4(a^2 - 2a) = -3a^2 + 6a + 1 \geqslant 0$ 时，设上述方程的两实根为 m_1，m_2，

则 $|AB| = |m_1 - m_2| = \sqrt{(m_1 + m_2)^2 - m_1 m_2} = \sqrt{-3a^2 + 6a + 1} = 1$，

所以，$a = 0$ 或 $a = 2$． ……………………………………………………………10 分

经检验，$a = 0$ 或 $a = 2$ 均符合题设条件．

说明：本题也可根据直线与圆的位置关系，由圆的几何性质得出答案。

命题意图：本小题主要考查直线的参数方程及参数的几何意义、圆的极坐标方程及其与直角坐标方程的互化等基础知识；考查运算求解能力；考查化归与转化、数形结合等数学思想。

23．[选修 4－5：不等式选讲]（10 分）

（1）由 $f(x)=2|x+1|+|3-x|$，知：

当 $x\leqslant -1$ 时， $f(x)=-2x-2-x+3=-3x+1$，此时 $f(x)\geqslant 4$，**当** $x=-1$ **取等号**；

当 $-1<x<3$ 时， $f(x)=2x+2-x+3=x+5$，此时 $4<f(x)<8$；

当 $x\geqslant 3$ 时， $f(x)=2x+2+x-3=3x-1$，此时 $f(x)\geqslant 8$，

所以，**当** $x=-1$ **时**，$f(x)$ 取得最小值 4，即 $t=4$. ……………………………4 分

（2）由（1）$t=4$，即 $a+b=4$.

现证明 $\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}\leqslant 4$，

方法 1：即证明 $a+2+b+2+2\sqrt{a+2}\cdot\sqrt{b+2}\leqslant 16$，

即证明 $\sqrt{a+2}\cdot\sqrt{b+2}\leqslant 4$.

因为正数 a，b 满足 $a+b=4$，

所以 $\sqrt{a+2}\cdot\sqrt{b+2}\leqslant\dfrac{a+2+b+2}{2}=4$，当且仅当 $a=b=2$ 时取“＝”.

所以 $\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}\leqslant 4$. ………………………………………………………10 分

方法 2：根据柯西不等式

$(1\times\sqrt{a+2}+1\times\sqrt{b+2})^2\leqslant(1^2+1^2)[(\sqrt{a+2})^2+(\sqrt{b+2})^2]=16$，

故 $\sqrt{a+2}+\sqrt{b+2}\leqslant 4$.

当且仅当 $a=b=2$ 时等号成立. ………………………………………………………10 分

命题意图：本题主要考查含绝对值的函数与不等式、基本不等式、不等式证明方法等基础知识；考查运算求解、推理论证等数学能力；考查分类与整合、化归与转化等思想。